

Technische Mathematik für Metallberufe

3.5 Kräfte an Bauelementen

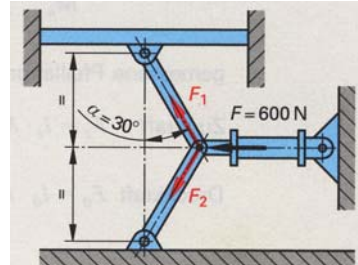
Technische Mathematik für Metallberufe – Lehr- und Übungsbuch; Haan-Gruten: Verlag Europa-Lehrmittel; 2005, 4. Aufl., ISBN 3-8085-1174-5

S. 76, Aufg. 7

Ein Tisch wird durch einen Hydraulikzylinder mit einer Kraft von 600 N angehoben. Welche Kräfte F_1 und F_2 wirken in den Gelenkstäben?

Ermitteln Sie die Kräfte zeichnerisch und rechnerisch.

Gewählter Kräftemaßstab: $M_K \triangleq 10 \text{ N/cm}$



a) Zeichnerische Lösung:

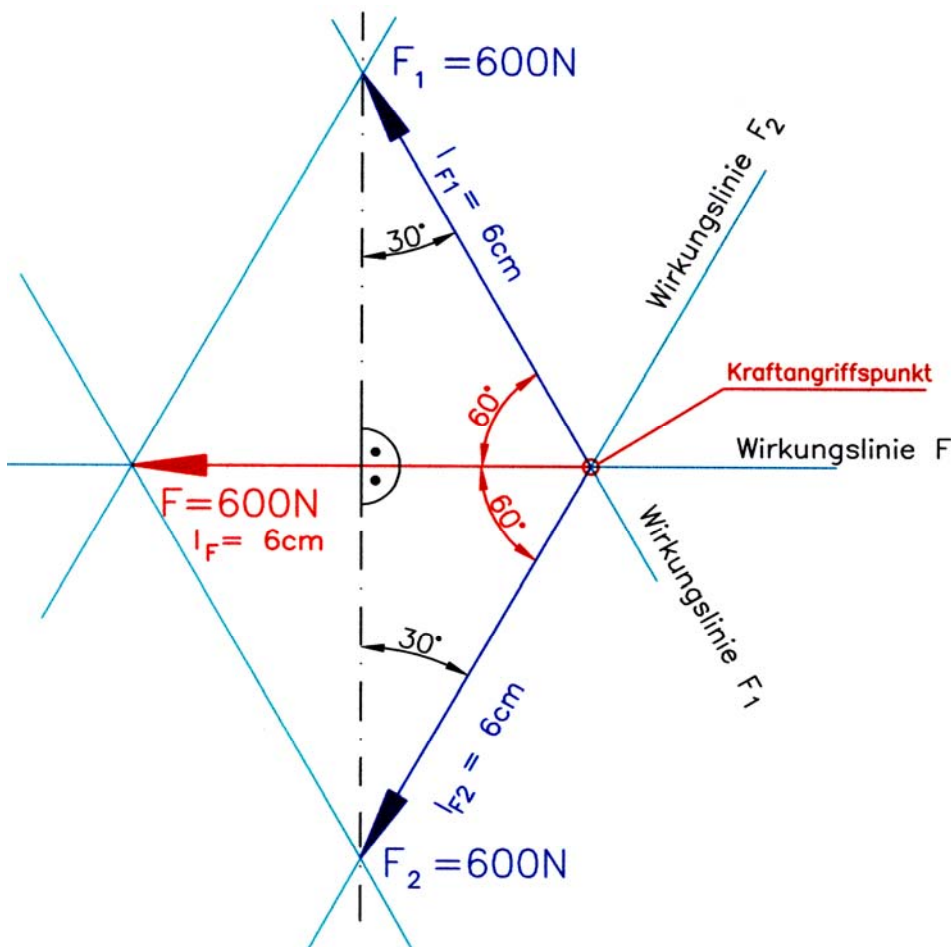
Schritt 1: Richtung der Wirkungslinie für F (horizontal) zeichnen und Kraftangriffspunkt festlegen

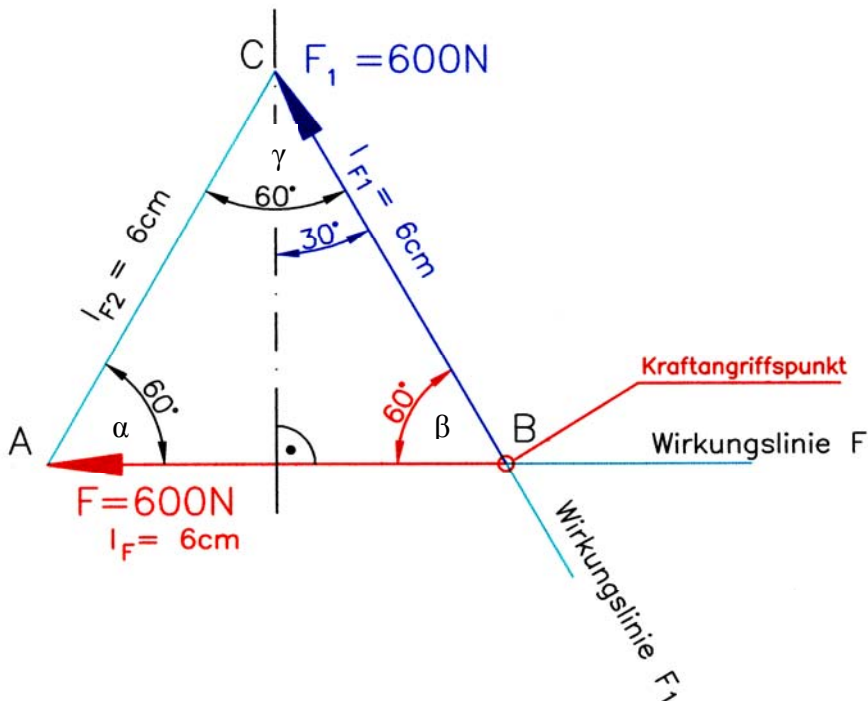
Schritt 2: Richtung der Wirkungslinien für F_1 und F_2 durch den Kraftangriffspunkt im Winkel von $\pm 60^\circ$ ($180^\circ - 90^\circ - 30^\circ$) zur Wirkungslinie von F zeichnen

Schritt 3: Länge des Kraftpfeils für F vom Kraftangriffspunkt abtragen ($l_F = 6 \text{ cm}$)

Schritt 4: Parallelogramm konstruieren (jeweils eine Parallele zu den Wirkungslinien von F_1 und F_2 durch die Pfeilspitze von F)

Schritt 5: Pfeillänge für F_1 und F_2 einzeichnen. Längen ausmessen. Kräfte berechnen.



b) Rechnerische Lösung


Vorbemerkung:

Betrachtet man das Parallelogramm der zeichnerischen Lösung, erkennt man, dass aufgrund der Vorgabe der Richtungen der Wirkungslinien alle 4 Seiten gleich lang sind, d. h. unser Parallelogramm ist eine Rhombus (Raute – verschobenes Quadrat). Dieses lässt sich in 2 Dreiecke einteilen (s. Bild oben). Das Dreieck $\triangle ABC$ ist ein gleichseitiges Dreieck. Alle Innenwinkel sind gleich groß (60°).

Mit dem Sinussatz erhalten wir für F_1 :

$$a = l_{F_1} \triangleq F_1$$

$$c = l_F \triangleq F = 600 \text{ N}$$

$$\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F}{\sin \gamma}$$

$$F_1 = \frac{F \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{F \cdot \sin 60^\circ}{\sin 60^\circ} = F$$

$$F_1 = 600 \text{ N}$$

Da $l_{F_2} = l_{F_1}$ folgt $F_2 = F = 600 \text{ N}$.

Technische Mathematik für Metallberufe – Lehr- und Übungsbuch; Haan-Gruiten: Verlag Europa-Lehrmittel; 2005, 4. Aufl., ISBN 3-8085-1174-5

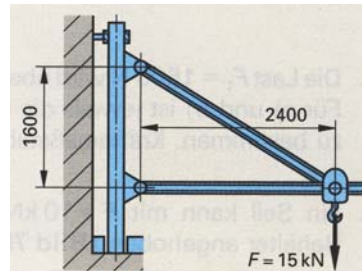
S. 76, Aufg. 9

Der Schwenkkran hebt eine Last von $F = 15 \text{ kN}$. Wie groß sind die Kräfte in den Druck- und Zugstab?

Ermitteln Sie die Kräfte zeichnerisch und rechnerisch.

Gewählter Kräftemaßstab: $M_k \triangleq 3 \text{ kN/cm}$

Gewählter Längenmaßstab: $M_L 1 : 40$

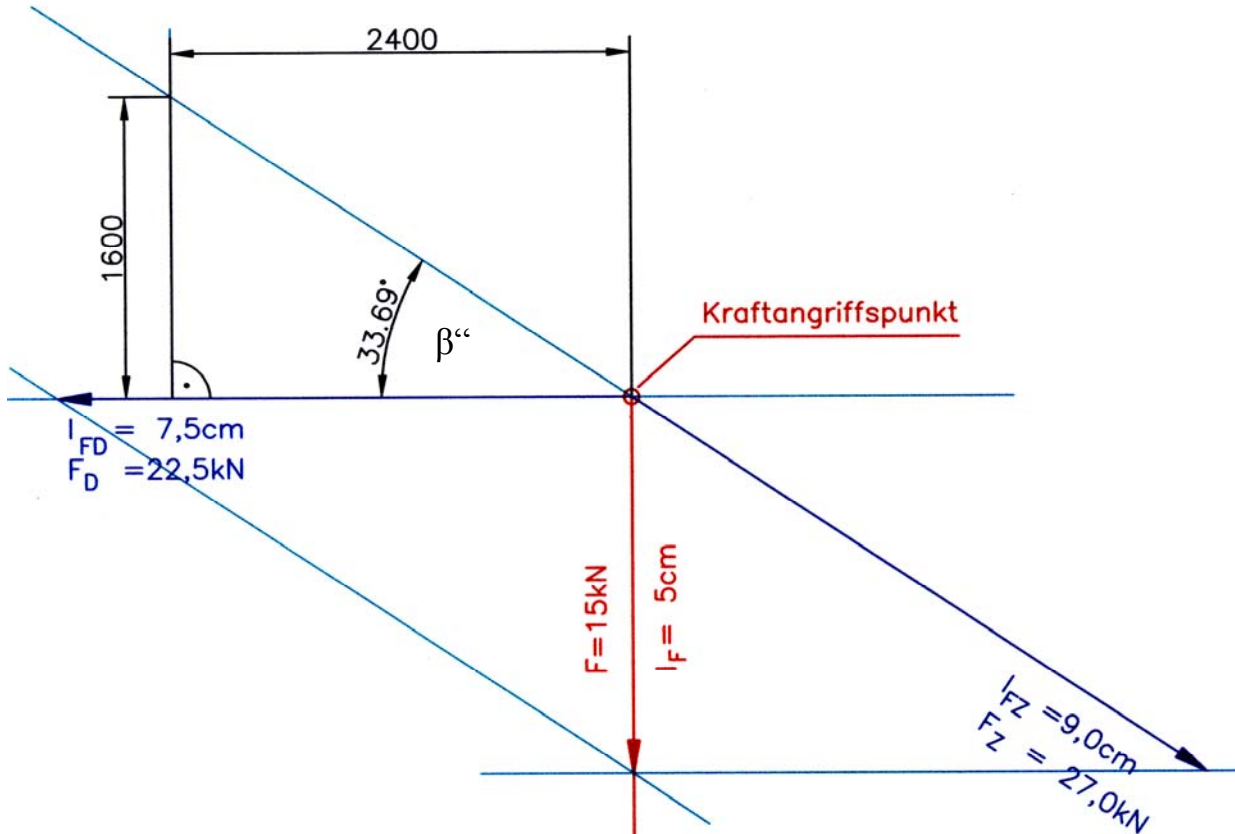

a) Zeichnerische Lösung

Vorbemerkung:

Aus den geometrischen Daten des rechtwinkligen Dreiecks¹ für den Schwenkkran (senkrechte Kathete = 1600 mm, waagerechte Kathete = 2400 mm) erhalten wir den Verlauf der Wirkungslinie für die Kräfte, in welche die Kraft F zerlegt wird. Mit Hilfe der Tangensfunktion kann der Winkel zwischen Zug- und Druckstab auch berechnet werden.

$$\beta'' = \arctan \frac{GK}{AK} = \arctan \frac{1600 \text{ mm}}{2400 \text{ mm}} = \arctan \frac{2}{3} = 33,690067...^\circ \approx 33,6901^\circ$$

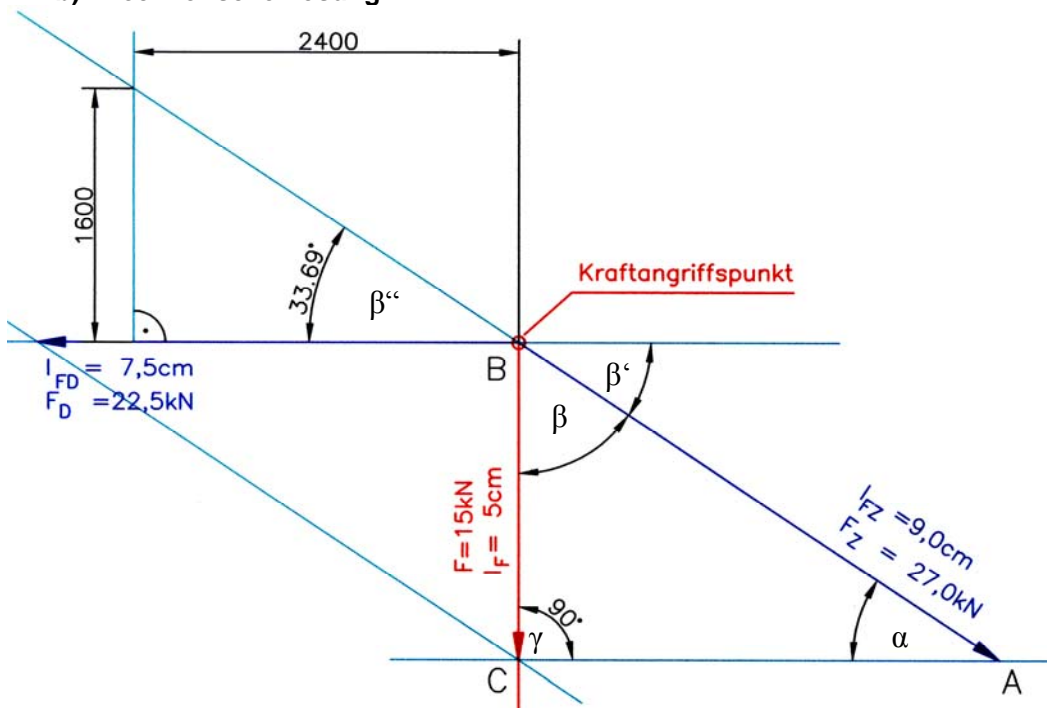
Lösung (Lösungsschritte s. folgende Seite):



¹ Da keine weiteren Maße angegeben sind, gehen wir davon aus, dass die beiden bemaßten Längen rechtwinklig zueinander stehen.

Lösungsschritte:

- Schritt 1 Rechtwinkliges Dreieck mit den geometrischen Daten des Schwenkkrans im Maßstab M 1:40 zeichnen.
- Schritt 2 Kraftangriffspunkt kennzeichnen
- Schritt 3 Kraftpfeil für die Kraft $F = 15 \text{ kN}$ (lotrecht nach unten vom Kraftangriffspunkt) einzeichnen. Länge des Kraftpfeils: 5 cm
- Schritt 4 Wirkungslinie für die in den Druck- bzw. Zugstab wirkenden Kräfte verlängern
- Schritt 5 Parallelen zu den Wirkungslinien der Druck- und Zugkraft durch die Pfeilspitze der Kraft F zeichnen (Parallelogramm vervollständigen)
- Schritt 6 Längen der Parallelogrammseiten für die Druck- und Zugkraft messen.
- Schritt 6 Zug- und Druckkraft berechnen

b) Rechnerische Lösung


In dem Kräfteparallelogramm der zeichnerischen Lösung erhalten wir das rechtwinklige Dreieck $\triangle ACB$. Mit Hilfe der geometrischen Längen 1600 mm und 2400 mm lässt sich der Winkel β berechnen: $\beta = 90^\circ - \beta' = 90^\circ - \beta'' = 90^\circ - \arctan \frac{1600 \text{ mm}}{2400 \text{ mm}} = 90^\circ - \arctan \frac{2}{3}$.

Berechnung F_Z :

$$\cos \beta = \frac{F}{F_Z}$$

$$F_Z = \frac{F}{\cos \beta} = \frac{F}{\cos \left(90^\circ - \arctan \frac{2}{3} \right)}$$

$$= 27,0416... \text{ kN}$$

$$\approx \underline{\underline{27,04 \text{ kN}}}$$

Berechnung F_D :

$$\tan \beta = \frac{F_D}{F}$$

$$F_D = F \cdot \tan \beta = F \cdot \tan \left(90^\circ - \arctan \frac{2}{3} \right)$$

$$= 15 \text{ kN} \cdot \tan \frac{2}{3}$$

$$= \underline{\underline{22,5 \text{ kN}}}$$