

<p>Aufg. 2</p>	<p><i>Themen:</i> Wärmespannung bei Temperaturänderung:</p>
<p>2.1</p>	<p>Ein 10 m langer Stahlträger ist an den Seiten fest eingespannt.</p> <p>a) Welche Spannung tritt in ihm auf, wenn der Einbau bei 18 °C vorgenommen wurde und er sich mittags durch Sonneneinstrahlung auf 50 °C erwärmt.</p> <p>b) Wie groß wäre seine Längenausdehnung, wenn er sich an den Seiten frei ausdehnen könnte?</p> <div data-bbox="443 600 1069 1066" data-label="Image"> </div> <p>2.1.a Lösungsvorschlag:</p> $\Delta t = t_2 - t_1 = 50 \text{ °C} - 18 \text{ °C} = 32 \text{ °C}$ $= \underline{\underline{32 \text{ K}}}$ <p>$\sigma = E \cdot \varepsilon$</p> $= E \cdot \frac{\Delta l}{l_1} = E \cdot \frac{l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta t}{l_1}$ $= E \cdot \alpha \cdot \Delta t$ $= 210 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} \cdot 0,000.0115 \frac{1}{\text{K}} \cdot 32 \text{ K}$ $= \underline{\underline{77,28 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$ <p>2.1.b</p> $\Delta l = l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta t$ $= 10000 \text{ mm} \cdot 0,000.0115 \frac{1}{\text{K}} \cdot 32 \text{ K}$ $= \underline{\underline{3,68 \text{ mm}}}$ <div data-bbox="890 1240 1374 1335" data-label="Text"> <p>Hooke'sches Gesetz</p> </div>

1.3.c	<p>Lösungsvorschlag:</p> $\frac{p_{Fl_1} \cdot V_{Fl}}{T} = \frac{p_{amb} \cdot V_{amb_1}}{T}$ $\frac{p_{Fl_2} \cdot V_{Fl}}{T} = \frac{p_{amb} \cdot V_{amb_2}}{T}$ $V_{amb_1} = \frac{p_{Fl_1} \cdot V_{Fl}}{p_{amb}}$ $V_{amb_2} = \frac{p_{Fl_2} \cdot V_{Fl}}{p_{amb}}$ $V_{amb_1} - V_{amb_2} = \frac{p_{Fl_1} \cdot V_{Fl}}{p_{amb}} - \frac{p_{Fl_2} \cdot V_{Fl}}{p_{amb}} = V_{Fl} \cdot \frac{p_{Fl_1} - p_{Fl_2}}{p_{amb}}$ $= V_{Fl} \cdot \frac{(p_{e_Fl_1} + p_{amb}) - (p_{e_Fl_2} + p_{amb})}{p_{amb}}$ $= V_{Fl} \cdot \frac{p_{e_Fl_1} - p_{e_Fl_2}}{p_{amb}} = 50 \text{ l} \cdot \frac{200 \text{ bar} - 120 \text{ bar}}{1 \text{ bar}}$ $= \underline{\underline{4000 \text{ l}}}$
--------------	---

1.4	<p>Ein geschweißter Tank mit einem Volumen von 350 l soll bei einem Druck von 4,5 bar auf Dichtheit geprüft werden.</p> <p>Wie groß ist das erforderliche Luftvolumen, das aus der Umgebung mit einem Druck von 1 bar in den Tank gepumpt werden muss, wenn sich dabei die Temperatur von 13 °C auf 37 °C ändert?</p> <p>Lösungsvorschlag:</p> $\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$ $V_1 = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_1}{T_2 \cdot p_1} = \frac{5,5 \text{ bar} \cdot 350 \text{ l} \cdot 286,15 \text{ K}}{310,15 \text{ K} \cdot 1 \text{ bar}}$ $= \underline{\underline{1776,0398... \text{ l}}}$ <p>Da sich vor Beginn des Befüllens des Tanks mit Luft bereits 350 l Luft in dem Tank mit 13 °C und dem Druck 1 bar befinden, müssen noch 1426 l Luft hineingepumpt werden.</p>
------------	---

1.3

- Wie viel kg Sauerstoff befinden sich in einer Sauerstoffflasche, wenn die Temperatur 25 °C, der Luftdruck $p_{amb} = 1$ bar, das Volumen der Flasche 50 l und der Manometerdruck $p_e = 200$ bar betragen?
- Wie viel Liter Sauerstoff können der Flasche maximal entnommen werden?
- Wie viel Liter Sauerstoff wurden der Flasche entnommen, wenn der Manometerdruck noch 120 bar beträgt?

1.3.a

Lösungsvorschlag:

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T$$

$$m = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{(p_{amb} + p_e) \cdot V}{R \cdot T} = \frac{201 \text{ bar} \cdot 50 \text{ l}}{260 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 298,15 \text{ K}}$$

$$= \frac{201 \cdot 100000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0,050 \text{ m}^3}{260 \frac{\text{N m}}{\text{kg K}} \cdot 298,15 \text{ K}} = 12,9645 \dots \text{kg}$$

$$\underline{\underline{\approx 13,0 \text{ kg}}}$$

1.3.b

Lösungsvorschlag:

Hinweis:

Die maximale Sauerstoffentnahme stellt sich ein, wenn der Druck in der Flasche auf den Umgebungsdruck ($p_{abs,2} = p_{amb} = 1$ bar) abgesunken ist. Diesen Fall nehmen wir hier an, obwohl in der Realität der Druck am Manometer nicht kleiner werden darf als der Arbeitsdruck (2,5 bar). Der Vorgang wird als isotherme Zustandsänderung behandelt, d. h. $T = \text{konst.}$

$$p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1$$

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2}$$

$$\Delta V = V_2 - V_{Flasche} = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} - V_{Flasche} = V_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right)$$

$$= V_{Flasche} \cdot \left(\frac{p_1 - p_2}{p_2} \right)$$

$$= V_{Flasche} \cdot \left(\frac{(p_e + p_{amb}) - p_{amb}}{p_{amb}} \right)$$

$$= V_{Flasche} \cdot \frac{p_e}{p_{amb}}$$

$$= 50 \text{ l} \cdot \frac{200 \text{ bar}}{1 \text{ bar}}$$

$$\underline{\underline{= 10.000 \text{ l}}}$$

KonstruktionsmechanikerIn – Einsatzgebiet Schiffbau
Technische Mathematik
Übungsaufgaben

Vorbemerkung:

Versuchen Sie die Aufgaben ohne Formelbuch zu lösen.

Aufg. 1	<p>Themen: Zustandsänderung von Gasen: Wärmeenergie Zustandsgleichung Form 1; Zustandsgleichung Form 2</p>
1.1	<p>Welche Arbeit ist aufzuwenden, um 12 m³ Druckluft von 1,2 MPa herzustellen, wenn der Anfangsdruck 0,11 MPa beträgt und die Temperatur konstant bleibt?</p> <p>Lösungsvorschlag:</p> $W = p_2 \cdot V_2 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1}$ $= 1,2 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 12 m^3 \cdot \ln \frac{1,2 MPa}{0,11 MPa} = 34,4101... \cdot 10^6 Nm$ $\approx \underline{\underline{34,4 MJ}}$

1.2	<p>Welcher Enddruck p_2 wird erreicht, wenn 500 m³ Luft vom Anfangsdruck $p_1 = 0,11 MPa$ unter Aufwand von 20 kWh isotherm verdichtet werden?</p> <p>Lösungsvorschlag:</p> $W = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1}$ $\ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{W}{p_1 \cdot V_1} = \frac{20000 W \cdot 3600 s}{0,11 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 500 m^3}$ $= \frac{72 \cdot 10^6 Ws}{55 \cdot 10^6 Nm} = 1,30909...$ $\approx 1,3091$ $\frac{p_2}{p_1} = e^{1,30909...}$ $p_2 = p_1 \cdot e^{1,30909...} = 0,11 MPa \cdot 3,7028...$ $= 0,4073... MPa$ $\approx 0,41 MPa$
------------	---