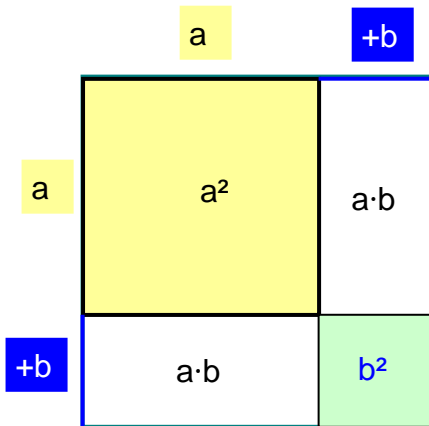


**Binomische Formeln**

 Multiplikationen des Terms  $(a + b)$  oder  $(a - b)$  jeweils mit sich selbst sind binomische Formeln.


1. Binomische Formel

$$(a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^2$$

vgl. Grafik:  $(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$   
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Produkt zweier Klammerausdrücke:

$$(a + b) \cdot (a + b)$$

$$= a_{(K11)} \cdot a_{(K12)} + a_{(K11)} \cdot b_{(K12)} + b_{(K11)} \cdot a_{(K12)} + b_{(K11)} \cdot b_{(K12)}$$

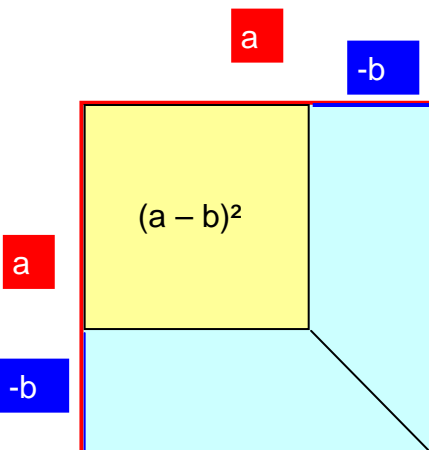
$$a_{(K11)} = a_{(K12)} = a$$

$$b_{(K11)} = b_{(K12)} = b$$

$$(a + b) \cdot (a + b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b$$

$$= a^2 + a \cdot b + a \cdot b + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



2. Binomische Formel

$$(a - b) \cdot (a - b) = (a - b)^2$$

vgl. Grafik: Das kleinere Quadrat  $(a - b)^2$  ergibt sich, wenn man vom größeren Quadrat  $a^2$  die beiden Trapezflächen abzieht:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot \frac{a + (a - b)}{2} \cdot b$$

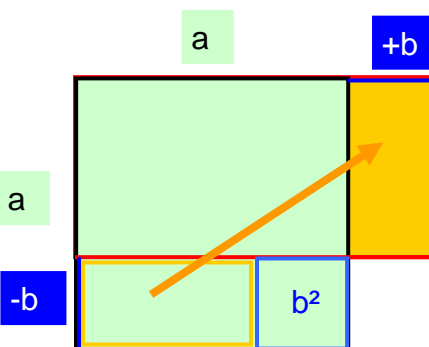
$$= a^2 - \cancel{2} \cdot \frac{a + a - b}{\cancel{2}} \cdot b$$

$$= a^2 - (2a - b) \cdot b$$

$$= a^2 - (2ab - b^2)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Lösung über Produkt zweier Klammern vgl. oben



3. Binomische Formel

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Produkt zweier Klammerausdrücke:

$$(a + b) \cdot (a - b)$$

$$= a_{(K11)} \cdot a_{(K12)} + a_{(K11)} \cdot (-b_{(K12)}) + b_{(K11)} \cdot a_{(K12)} + b_{(K11)} \cdot (-b_{(K12)})$$

$$a_{(K11)} = a_{(K12)} = a$$

$$b_{(K11)} = b_{(K12)} = b$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a \cdot a - a \cdot b + b \cdot a - b \cdot b$$

$$= a^2 - a \cdot b + a \cdot b + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

**Beispiel/Anwendung 1. Binomische Formel:**  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

**Quadratwerte berechnen**

$$\begin{aligned} 75^2 &= (70 + 5)^2 \\ &= 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 5 + 5^2 \\ &= 4900 + 700 + 25 \\ &= \underline{\underline{5625}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1,25^2 &= (1 + 0,25)^2 \\ &= 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 0,25 + 0,25^2 \\ &= 1 + 0,5 + 0,0625 \\ &= \underline{\underline{1,5625}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13^2 &= (10 + 3)^2 \\ &= 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 3 + 3^2 \\ &= 100 + 60 + 9 \\ &= \underline{\underline{169}} \end{aligned}$$

**Lösen quadratischer Gleichungen der Form  $a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$**

$$5 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 10 = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{5} \cdot x - 2 = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{5} \cdot x = 2$$

Koeffizienten von  $x^2$   
 „entfernen“: alle Terme durch 5 teilen

Alle Werte, die die Variable x nicht enthalten, auf die rechte Seite bringen.

$x^2$	+	$\frac{3}{5}$	$\cdot x$	=	2
$a^2$	+	$2 \cdot b$	$\cdot a$	=	2

$a^2 = x^2$		$2 \cdot b = \frac{3}{5}$	b ermitteln und $b^2$ auf beiden Seiten der Gleichung hinzufügen
$a = x$		$b = \frac{3}{10}$	
		$b = \frac{3}{10}$	

$a^2$	+	$2 \cdot b$	$\cdot a$	+	$b^2$	=	2	+	$b^2$
$x^2$	+	$\frac{3}{5}$	$\cdot x$	+	$\left(\frac{3}{10}\right)^2$	=	2	+	$\left(\frac{3}{10}\right)^2$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (x + b)^2 \Rightarrow \left(x + \frac{3}{10}\right)^2 = 2 + \frac{9}{100} = 2,09$$

$$x + 0,3 = \sqrt{2,09} = \pm 1,445683\dots$$

$$x = -0,3 \pm 1,445683\dots$$

$$x_1 = 1,145683\dots$$

$$x_2 = -1,745683\dots$$

Hinweis: Hier nicht weiter behandelt: Herleitung der a-b-c-Formel und p-q-Formel

**Beispiel/Anwendung 2. Binomische Formel:  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$**

**Quadratwerte berechnen**

$$\begin{aligned} 69^2 &= (70 - 1)^2 \\ &= 70^2 - 2 \cdot 70 \cdot 1 + 1^2 \\ &= 4900 - 140 + 1 \\ &= \underline{\underline{4761}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 97^2 &= (100 - 3)^2 \\ &= 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 3 + 3^2 \\ &= 10000 - 600 + 9 \\ &= \underline{\underline{9409}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 34^2 &= (35 - 1)^2 \\ &= 35^2 - 2 \cdot 35 \cdot 1 + 1^2 \\ &= 1225 - 70 + 1 \\ &= \underline{\underline{1156}} \end{aligned}$$

**Lösen quadratischer Gleichungen der Form  $a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$**

$$5 \cdot x^2 - 3 \cdot x - 10 = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{5} \cdot x - 2 = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{5} \cdot x = 2$$

Koeffizienten von  $x^2$   
 „entfernen“: alle Terme durch 5 teilen

Alle Werte, die die Variable x nicht enthalten, auf die rechte Seite bringen.

$x^2$	-	$\frac{3}{5}$	$\cdot x$	=	2
$a^2$	-	$2 \cdot b$	$\cdot a$	=	2

$a^2 = x^2$	$2 \cdot b = \frac{3}{5}$	b ermitteln und $b^2$ auf beiden Seiten der Gleichung hinzufügen
$a = x$	$\frac{3}{5}$	
	$b = \frac{5}{2}$	
	$b = \frac{3}{10}$	

$a^2$	-	$2 \cdot b$	$\cdot a$	+	$b^2$	=	2	+	$b^2$
$x^2$	-	$\frac{3}{5}$	$\cdot x$	+	$\left(\frac{3}{10}\right)^2$	=	2	+	$\left(\frac{3}{10}\right)^2$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (x - b)^2 \Rightarrow \left(x - \frac{3}{10}\right)^2 = 2 + \frac{9}{100} = 2,09$$

$$x - 0,3 = \sqrt{2,09} = \pm 1,445683\dots$$

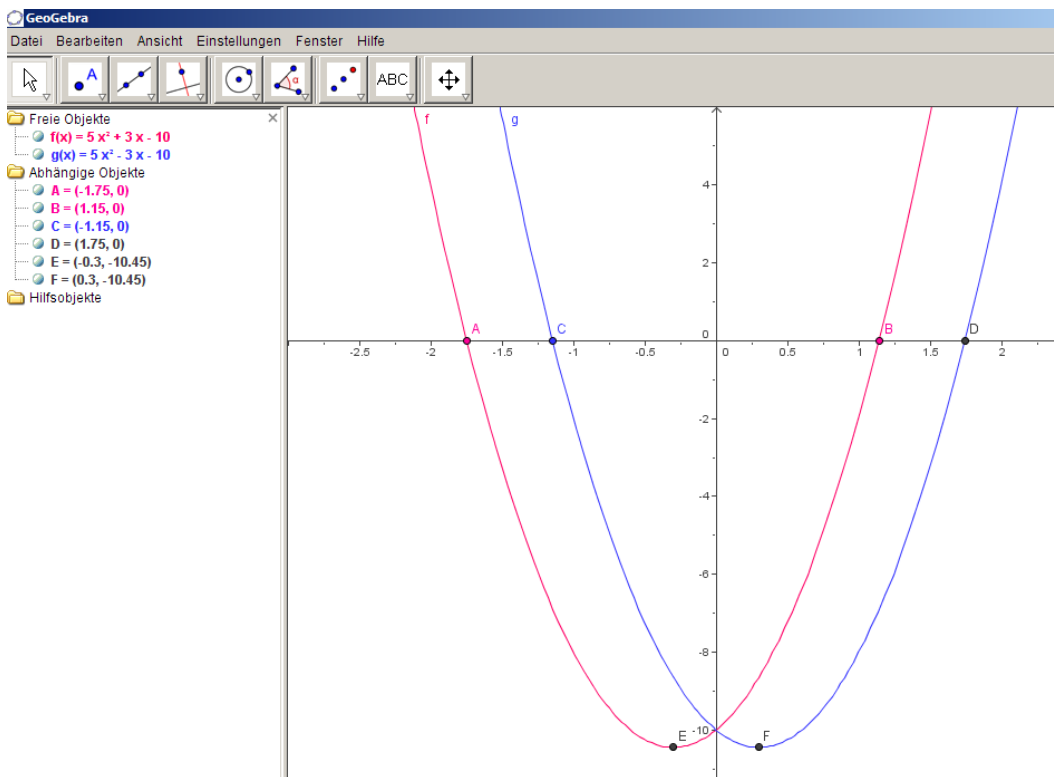
$$x = 0,3 \pm 1,445683\dots$$

$$x_1 = 1,745683\dots$$

$$x_2 = -1,145683\dots$$

Hinweis: 1. und 2. Binomische Formeln zusammengefasst:  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

Grafische Darstellung für die quadratischen Gleichungen. In den Schnittpunkten mit der Abszisse gilt  $f(x) = y = 0$ .



Frage:

Sind 1. und 2. Binomische Formel Spiegelbilder um die Ordinate (senkrechte Achse)?

**Beispiel/Anwendung 3. Binomische Formel:**  $(a - b)^2 = (a + b) \cdot (a - b)$

Produkt zweier Faktoren		
$75 \cdot 65$	$106 \cdot 94$	$1,01 \cdot 0,99$
$= (70 + 5) \cdot (70 - 5)$	$= (100 + 6) \cdot (100 - 6)$	$= (1 + 0,01) \cdot (1 - 0,01)$
$= 70^2 - 5^2$	$= 100^2 - 6^2$	$= 1^2 - 0,01^2$
$= 4900 - 25$	$= 10000 - 36$	$= 1 - 0,0001$
<u><u><math>= 4875</math></u></u>	<u><u><math>= 9964</math></u></u>	<u><u><math>= 0,9999</math></u></u>