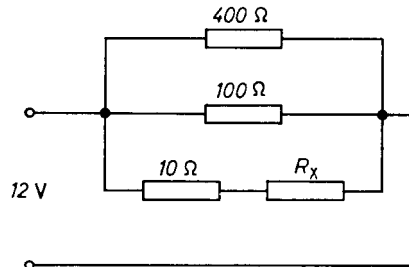


Mathematische und physikalische Grundlagen technischer Berufe
Elektroniker/-in für Betriebstechnik

Technische Mathematik – Gruppenschaltung, el. Leistung, Stromwärme

Löser

- 1** Wie viel Ohm muss der Widerstand R_x erhalten, damit bei einer Spannung von 12 V sich ein Strom von 300 mA einstellt?



$$R_{\text{ges}} = \frac{U}{I_{\text{ges}}}$$

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{I_{\text{ges}}}{U}$$

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_{400}} + \frac{1}{R_{100}} + \frac{1}{R_{10} + R_x}$$

$$\frac{1}{R_{400}} + \frac{1}{R_{100}} + \frac{1}{R_{10} + R_x} = \frac{I_{\text{ges}}}{U}$$

$$\frac{1}{R_{10} + R_x} = \frac{I_{\text{ges}}}{U} - \frac{1}{R_{400}} - \frac{1}{R_{100}}$$

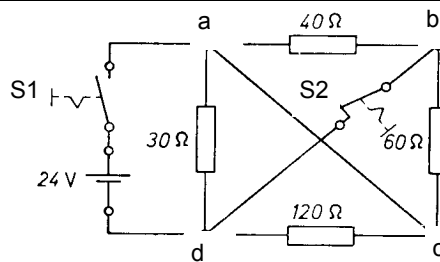
$$R_{10} + R_x = \frac{1}{\frac{I_{\text{ges}}}{U} - \frac{1}{R_{400}} - \frac{1}{R_{100}}}$$

$$R_x = \frac{1}{\frac{I_{\text{ges}}}{U} - \frac{1}{R_{400}} - \frac{1}{R_{100}}} - R_{10}$$

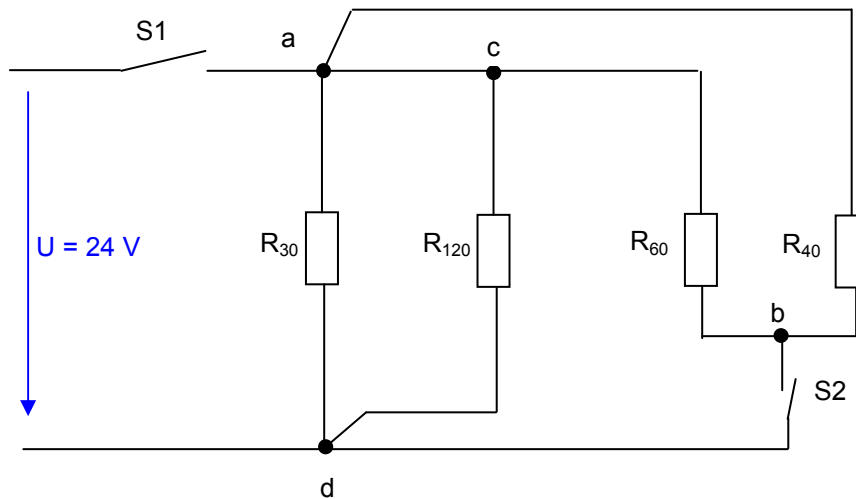
$$= \frac{1}{\frac{0,3 \text{ A}}{12 \text{ V}} - \frac{1}{400 \Omega} - \frac{1}{100 \Omega}} - 10 \Omega$$

$$= \underline{\underline{70 \Omega}}$$

2 Welcher Gesamtstrom stellt sich jeweils im Stromkreis ein, wenn zunächst der Tastschalter S1 geschlossen und danach S2 geöffnet wird?



Stromlaufplan



Fall 1

S1 und S2 geschlossen:

Alle 4 Widerstände liegen parallel an der Spannung $U = 24\text{ V}$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{\text{ges}}} &= \sum \frac{1}{R_i} \\ &= \frac{1}{30\ \Omega} + \frac{1}{120\ \Omega} + \frac{1}{60\ \Omega} + \frac{1}{40\ \Omega} \\ R_{\text{ges}} &= 12\ \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{\text{ges}} &= \frac{U}{R_{\text{ges}}} \\ &= \frac{24\ \text{V}}{12\ \Omega} \\ &= \underline{\underline{2\ \text{A}}} \end{aligned}$$

$$I_{30} = U / R_{30} = 24\ \text{V} / 30\ \Omega = 0,8\ \text{A}$$

$$I_{120} = U / R_{120} = 24\ \text{V} / 120\ \Omega = 0,2\ \text{A}$$

$$I_{60} = U / R_{60} = 24\ \text{V} / 60\ \Omega = 0,4\ \text{A}$$

$$I_{40} = U / R_{40} = 24\ \text{V} / 40\ \Omega = 0,6\ \text{A}$$

$$I_{\text{ges}} = \sum I = 2\ \text{A}$$

Fall 2

S1 geschlossen, S2 geöffnet:

Die Widerstände R_{30} und R_{120} liegen parallel an der Spannung $U = 24\ \text{V}$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{\text{ges}}} &= \sum \frac{1}{R_i} \\ &= \frac{1}{30\ \Omega} + \frac{1}{120\ \Omega} \\ R_{\text{ges}} &= 24\ \Omega \end{aligned}$$

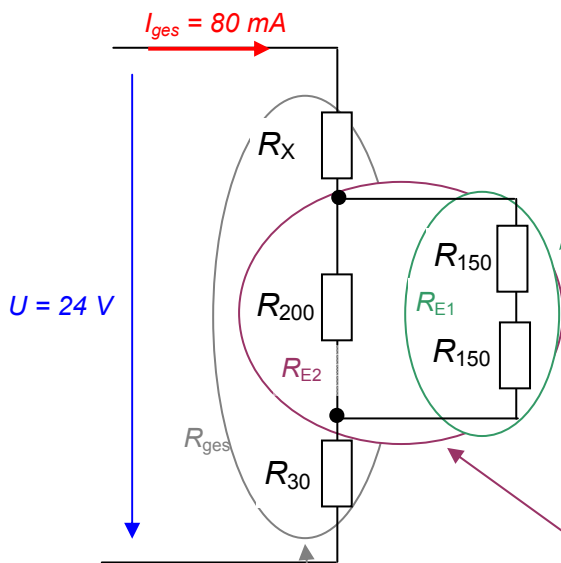
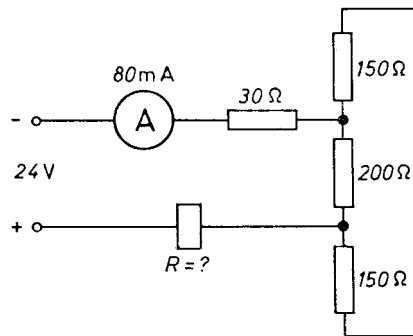
$$\begin{aligned} I_{\text{ges}} &= \frac{U}{R_{\text{ges}}} \\ &= \frac{24\ \text{V}}{24\ \Omega} \\ &= \underline{\underline{1\ \text{A}}} \end{aligned}$$

$$I_{30} = U / R_{30} = 24\ \text{V} / 30\ \Omega = 0,8\ \text{A}$$

$$I_{120} = U / R_{120} = 24\ \text{V} / 120\ \Omega = 0,2\ \text{A}$$

$$I_{\text{ges}} = \sum I = 1\ \text{A}$$

3 Bestimmen Sie den Wicklungswiderstand des Relais in der nachstehenden Schaltung.



Schritt 1:

Ersatzwiderstand R_{E1} für die beiden in Reihe geschalteten Widerstände R_{150} berechnen:

$$\begin{aligned} R_{E1} &= \sum R_i \\ &= R_{150} + R_{150} \\ &= 150 \Omega + 150 \Omega \\ &= \underline{300 \Omega} \end{aligned}$$

Schritt 2:

Ersatzwiderstand R_{E2} für die beiden parallel geschalteten Widerstände R_{200} und R_{E1} berechnen:

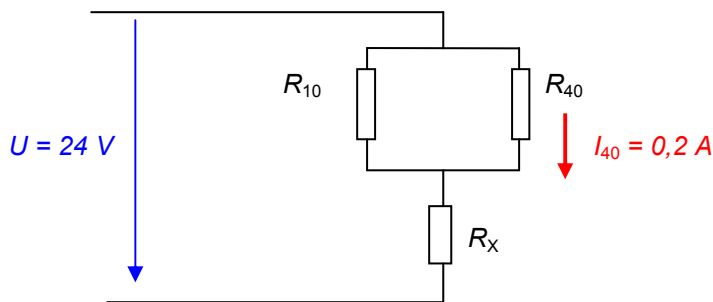
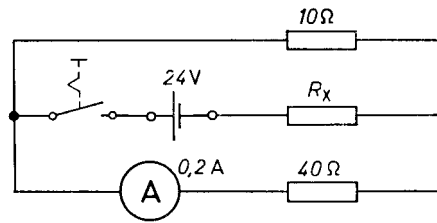
$$\begin{aligned} R_{E2} &= \frac{R_{E1} \cdot R_{200}}{R_{E1} + R_{200}} \\ &= \frac{300 \Omega \cdot 200 \Omega}{300 \Omega + 200 \Omega} \\ &= \underline{120 \Omega} \end{aligned}$$

Schritt 3:

Berechnen des Widerstandes R_x :

$$\begin{aligned} R_{ges} &= \frac{U_{ges}}{I_{ges}} \\ R_x + R_{E2} + R_{30} &= \frac{U_{ges}}{I_{ges}} \\ R_x &= \frac{U_{ges}}{I_{ges}} - R_{E2} - R_{30} \\ &= \frac{24 \text{ V}}{0,08 \text{ A}} - 120 \Omega - 30 \Omega \\ &= \underline{150 \Omega} \end{aligned}$$

4 Wie groß ist R_x in der Messschaltung?



Schritt 1:

Berechnung des Spannungsabfalls an R_{40} (= Spannungsabfall an R_{10}):

$$\begin{aligned} U_{40} &= R_{40} \cdot I_{40} \\ &= 40 \Omega \cdot 0,2 \text{ A} \\ &= \underline{\underline{8 \text{ V}}} \end{aligned}$$

Schritt 2:

Berechnung des Teilstroms durch R_{10} :

$$\begin{aligned} I_{10} &= \frac{U_{10}}{R_{10}} = \frac{U_{40}}{R_{10}} \\ &= \frac{8 \text{ V}}{10 \Omega} \\ &= \underline{\underline{0,8 \text{ A}}} \end{aligned}$$

Schritt 3:

Berechnung des durch R_x fließenden Gesamtstroms:

$$\begin{aligned} I_{\text{ges}} &= \sum I_i \\ &= I_{10} + I_{40} \\ &= 0,8 \text{ A} + 0,2 \text{ A} \\ &= \underline{\underline{1 \text{ A}}} \end{aligned}$$

Schritt 4:

Berechnung des Spannungsabfalls an R_x :

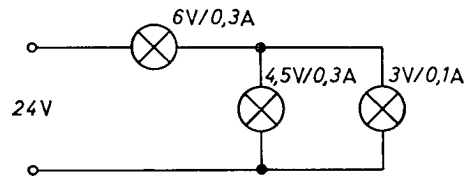
$$\begin{aligned} U_x &= U_{\text{ges}} - U_{10,40} \\ &= 24 \text{ V} - 8 \text{ V} \\ &= \underline{\underline{16 \text{ V}}} \end{aligned}$$

Schritt 5:

Berechnung des Widerstandes R_x :

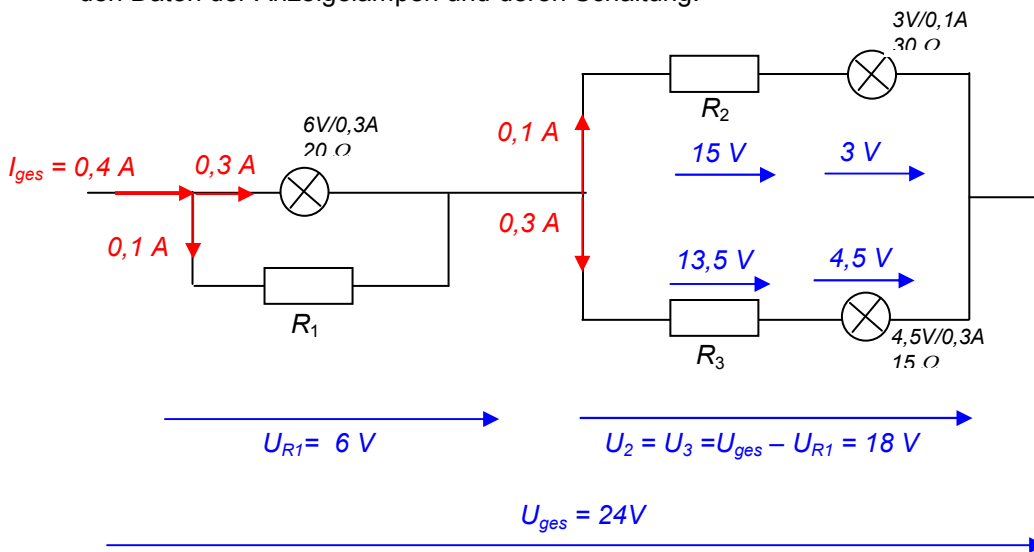
$$\begin{aligned} R_x &= \frac{U_x}{I_{\text{ges}}} = \frac{16 \text{ V}}{1 \text{ A}} \\ &= \underline{\underline{16 \Omega}} \end{aligned}$$

- 5 Welche Widerstände sind in den folgenden Stromkreis zu schalten, damit die Anzeigelampen ihre Nennspannungen und Nennströme erhalten?



Lösungshinweis:

Aus dem Schaltplan für die Anzeigelampen ergibt sich der folgende Stromlaufplan mit den zugehörigen Teilspannungen und –strömen. Die Zuordnung der Widerstände sowie die Werte für die Spannungen und Ströme ergeben sich aus den Daten der Anzeigelampen und deren Schaltung.



1. Berechnung R_1

$$R_1 = \frac{U_{R1}}{I_{R1}} = \frac{6 \text{ V}}{0,1 \text{ A}} = \underline{\underline{60 \Omega}}$$

2. Berechnung R_2

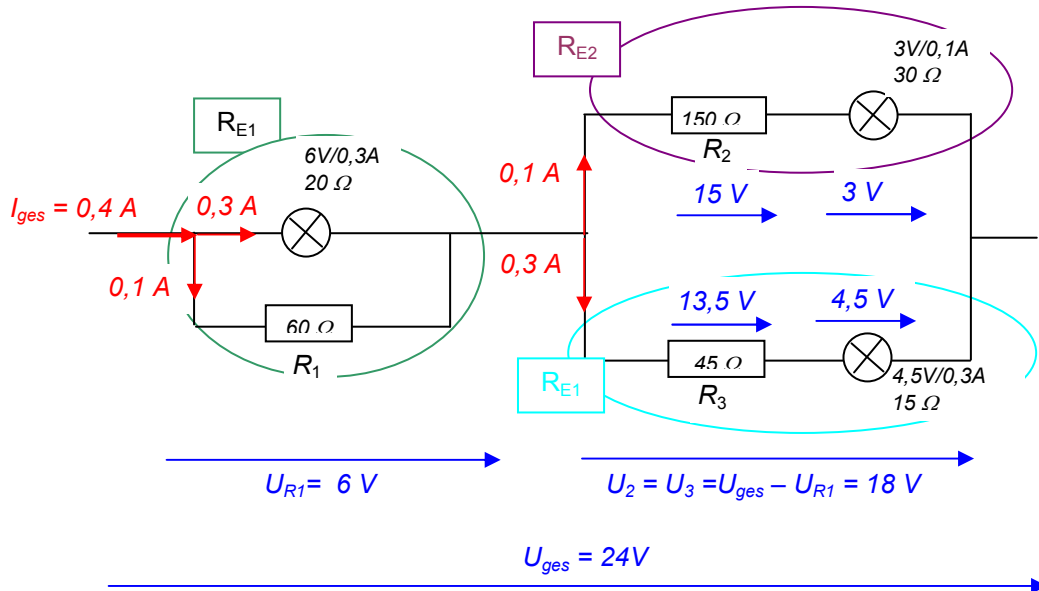
$$R_2 = \frac{U_{R2}}{I_{R2}} = \frac{15 \text{ V}}{0,1 \text{ A}} = \underline{\underline{150 \Omega}}$$

3. Berechnung R_3

$$R_3 = \frac{U_{R3}}{I_{R3}} = \frac{13,5 \text{ V}}{0,3 \text{ A}} = \underline{\underline{45 \Omega}}$$

Kontrolle:

Es wird der Gesamtwiderstand und anschließend die Gesamtstromstärke berechnet.



Schritt 1: Gesamtwiderstand

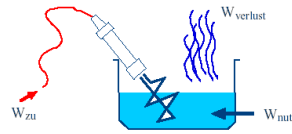
$$\begin{aligned}
 R_{ges} &= R_{E1} + \frac{R_{E2} \cdot R_{E3}}{R_{E2} + R_{E3}} \\
 &= \frac{R_{R1} \cdot R_{Lampe20}}{R_{R1} + R_{Lampe20}} + \frac{(R_{R2} + R_{Lampe30}) \cdot (R_{R3} + R_{Lampe15})}{(R_{R2} + R_{Lampe30}) + (R_{R3} + R_{Lampe15})} \\
 &= \frac{60 \Omega \cdot 20 \Omega}{80 \Omega} + \frac{180 \Omega \cdot 60 \Omega}{240 \Omega} \\
 &= \underline{\underline{60 \Omega}}
 \end{aligned}$$

Schritt 2: Gesamtstrom

$$\begin{aligned}
 I_{ges} &= \frac{U_{ges}}{R_{ges}} \\
 &= \frac{24 \text{ V}}{60 \Omega} \\
 &= \underline{\underline{0,4 \text{ A}}}
 \end{aligned}$$

Der berechnete Gesamtstrom ist gleich dem benötigten Gesamtstrom entsprechend dem Schaltplan für die Lampen.

- 6** In welcher Zeit werden 60 l Wasser von 10 °C auf 85 °C erwärmt, wenn die Heizleistung 4 kW und die Wärmeverluste des Wasserspeichers 6 % betragen?



$$\eta = \frac{W_e}{W_i}$$

$$W_i = \frac{W_e}{\eta}$$

$$P_i \cdot t = \frac{Q_e}{\eta}$$

$$t = \frac{Q_e}{P_i \cdot \eta} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{P_i \cdot \eta}$$

$$= \frac{60 \text{ kg} \cdot 4,19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 75 \text{ K}}{4 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 0,94}$$

$$= 5014,627 \dots \frac{\text{J}}{\text{W}} = 5014,627 \dots \frac{\text{Ws}}{\text{W}}$$

$$= 5014,627 \dots \text{ s} = 83,5771 \dots \text{ min}$$

$$\approx 1 \text{ h } 23,58 \text{ min}$$

Indizes:
 e: effektiv, nutz(bar)
 i: indiziert, zu(geführt)

- 7** Ermitteln Sie die Heizleistung eines Durchlauferhitzers, der 150 l Wasser für ein Sitzbad in 20 Minuten von 10 °C auf 40 °C bei 40 % Wärmeverlusten erwärmt.



Herleitung der Lösungsformel bis $t = \dots$ s. Aufg. 6.

$$t = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{P_i \cdot \eta}$$

$$P_i = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{t \cdot \eta}$$

$$= \frac{150 \text{ kg} \cdot 4,19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 30 \text{ K}}{1200 \text{ s} \cdot 0,6}$$

$$= 26,1875 \dots \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 26,1875 \dots \cdot 10^3 \frac{\text{Ws}}{\text{s}}$$

$$\approx 26,2 \text{ kW}$$

- 8** Welche Gesamtmasse kann man mit einem Aufzug, der durch einen Motor mit der Nennleistung 7,5 kW angetrieben wird, in 1,5 min 15 m hoch heben, wenn die Verluste bei der Leistungsübertragung 40 % betragen?



$$\eta = \frac{W_e}{W_i}$$

$$W_e = W_i \cdot \eta$$

$$m \cdot g \cdot h = P_i \cdot t \cdot \eta$$

$$m = \frac{P_i \cdot t \cdot \eta}{g \cdot h}$$

$$= \frac{7,5 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 90 \text{ s} \cdot 0,6}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15 \text{ m}} = 2,7522 \dots \cdot 10^3 \frac{\text{W} \cdot \text{s} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2}$$

$$= 2,7522 \dots \cdot 10^3 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2} = \dots \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s}^2$$

$$= 2,7522 \dots \cdot 10^3 \text{ kg}$$

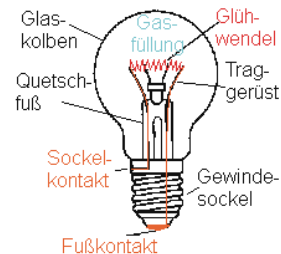
$$\approx \underline{\underline{2,75 \text{ t}}}$$

$$W_e = W_{Hub}$$

$$W_{Hub} = F_G \cdot h$$

$$= m \cdot g \cdot h$$

- 9** Die Wolframwendel einer Glühlampe 25 W/230 V hat in kaltem Zustand einen Widerstand von 270 Ohm. Wie hoch ist der Widerstand der Glühwendel bei einer Temperatur von 2300 °C?



$$R_s = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta T)$$

$$= 270 \Omega \cdot \left(1 + 4,8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot 2280 \text{ K} \right)$$

$$= \underline{\underline{3224,9 \Omega}}$$

Achtung:

Die Anwendung der Formel ist als Näherung für technische Zwecke ausreichend genau, wenn die Temperaturdifferenz < 150 K ist. Bei höheren Temperaturen treten Fehler auf, die das Ergebnis nur noch als überschlägigen Wert brauchbar erscheinen lassen (bei 1000 K etwa 15 % Fehler!). Angaben für Berechnungen bei hohen Temperaturen bei Möller: Taschenbuch für Elektrotechniker, Band 1, Grundlagen.

- 10** Wie groß ist die Leistung eines Fernsehgerätes, wenn die Zählerscheibe in 2 Minuten 10 Umdrehungen macht und 1 kWh 1200 Umdrehungen entspricht?



Lösungshinweis:

Die Lösung der Aufgabe erfolgt mit Hilfe der Dreisatzrechnung.

$$\begin{aligned}
 P_{\text{Fernseher}} \cdot 2 \text{ min} &= 10 \text{ Umdrehungen} \\
 1000 \text{ W} \cdot 60 \text{ min} &= 1200 \text{ Umdrehungen} \\
 \frac{P_{\text{Fernseher}} \cdot 2 \text{ min}}{1000 \text{ W} \cdot 60 \text{ min}} &= \frac{10}{1200} \\
 P_{\text{Fernseher}} &= \frac{10 \cdot 1000 \text{ W} \cdot 60 \text{ min}}{1200 \cdot 2 \text{ min}} \\
 &= \underline{\underline{550 \text{ W}}}
 \end{aligned}$$



- 11** Eine Uhrenanlage benötigt jede Minute zwei Stromstöße von 4 A und von je 2,5 Sekunden Dauer. Welche elektrische Arbeit benötigt die Signalanlage in 30 Tagen, wenn die Klemmenspannung 60 V beträgt?

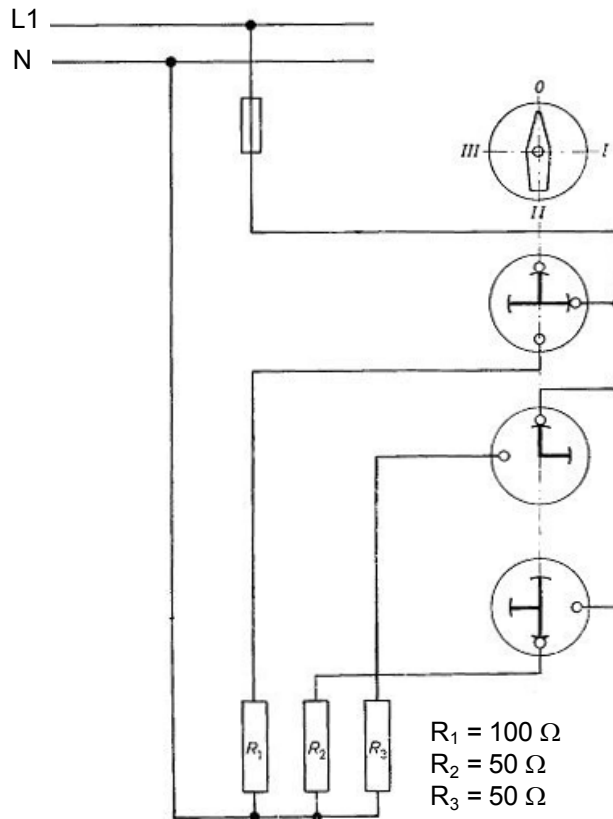


$$\begin{aligned}
 W &= P \cdot t \\
 &= U \cdot I \cdot t \\
 &= 60 \text{ V} \cdot 4 \text{ A} \cdot \frac{2 \cdot 2,5 \text{ s}}{\text{min}} \cdot 1440 \frac{\text{min}}{\text{d}} \cdot 30 \text{ d} \\
 &= 51,84 \cdot 10^6 \text{ Ws} = \frac{51,84 \cdot 10^6 \text{ Ws}}{3,6 \cdot 10^6 \frac{\text{Ws}}{\text{kWh}}} \\
 &= \underline{\underline{14,4 \text{ kWh}}}
 \end{aligned}$$

12 Ein elektrischer Heizofen ist an ein Einphasennetz mit einer Leiterspannung von 230 V angeschlossen. Berechnen Sie die Leistungsaufnahme des Heizofens in den einzelnen Stellungen des Paketschalters.



Bild zu Aufg. 12



| Widerstand | Schalterstellung | | | |
|------------|------------------|---|----|-----|
| | 0 | I | II | III |
| R_1 | | x | x | |
| R_2 | | | | x |
| R_3 | | | x | x |

| Größe | Leistungsberechnung für Schalterstellung | | |
|-------------------------------------|--|--|--|
| | I | II | III |
| Gesamtwiderstand | $R_{ges} = R_1 = 100 \Omega$ | $R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}$ $= 33,3 \Omega$ | $R_{ges} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$ $= 25 \Omega$ |
| Leistung: $P = \frac{U^2}{R_{ges}}$ | $= \frac{(230 \text{ V})^2}{100 \Omega}$ $= \underline{\underline{529 \text{ W}}}$ | $= \frac{(230 \text{ V})^2}{33,3 \Omega}$ $= \underline{\underline{1587 \text{ W}}}$ | $= \frac{(230 \text{ V})^2}{25 \Omega}$ $= \underline{\underline{2116 \text{ W}}}$ |