Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

10.6 Formeln mit Klammern

Beispiel

Gegeben: $s = v_1 \cdot t + v_2 \cdot (t-3)$

Gesucht: t

$$
\begin{aligned}
s &= v_1 \cdot t + v_2 \cdot (t-3) \\
&= v_1 \cdot t + v_2 \cdot t - 3 \cdot v_2 \\
-v_1 \cdot t - v_2 \cdot t &= -s - 3 \cdot v_2 \\
v_1 \cdot t + v_2 \cdot t &= s + 3 \cdot v_2 \\
t \cdot (v_1 + v_2) &= s + 3 \cdot v_2 \\
t &= \frac{s + 3 \cdot v_2}{(v_1 + v_2)} \\
&= \frac{s + 3 \cdot v_2}{v_1 + v_2}
\end{aligned}
$$

1. Klammer auflösen
2. Glieder geordnet und mit (-1) multipliziert
3. Unbekannte *t* ausklammern
4. Beide Seiten durch (v_1 + v_2) dividieren und *t* ermitteln.

Aufgaben:

Bestimme nach den Gleichungsgesetzen aus folgenden Formeln die jeweils gesuchten Größen:

10.6.1 $R_w = R_k(1 + \alpha\, t)$ gesucht *t* *α*

Einordnung der Formel:

Der Einfluss der Temperatur auf den Widerstand lässt sich in einfachen Fällen mit dem *Linear-Temperaturkoeffizienten α* und dem Temperaturunterschied $\Delta T = T - T_0$ (Kelvin) bzw. $\Delta\delta = \delta - \delta_0$ (Celsius) und $\Delta T = \Delta\delta$ darstellen. Dann beschreibt man den Zusammenhang durch eine lineare Gleichung
$R_T = R_{T_0} \cdot \left[1 + \alpha_{T_0} \cdot (T - T_0)\right]$ bzw. $R_\delta = R_{\delta_0} \cdot \left[1 + \alpha_{\delta_0} \cdot (\delta - \delta_0)\right]$ mit $T - T_0 = \delta - \delta_0$ und $\delta_0 = 20\,°C$ bzw. $T_0 = 293{,}15\,K$

Umstellen nach *Δδ*	Umstellen nach *α*
$R_{20}(1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\delta) = R_\delta$	$R_{20}(1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\delta) = R_\delta$
$1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\delta = \frac{R_\delta}{R_{20}}$	$1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\delta = \frac{R_\delta}{R_{20}}$
$\alpha_{20} \cdot \Delta\delta = \frac{R_\delta}{R_{20}} - 1$	$\alpha_{20} \cdot \Delta\delta = \frac{R_\delta}{R_{20}} - 1$
$= \frac{R_\delta - R_{20}}{R_{20}}$	$= \frac{R_\delta - R_{20}}{R_{20}}$
$\Delta\delta = \frac{R_\delta - R_{20}}{\alpha_{20} \cdot R_{20}}$	$\alpha_{20} = \frac{R_\delta - R_{20}}{R_{20} \cdot \Delta\delta}$

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

10.6.2 $Q = c \cdot G(t_2 + t_1)$	gesucht	t_1	t_2

Wie die Formel in 10.6.1 scheint auch in dieser Formel ein Fehler enthalten zu sein. Gehen wir davon aus, dass *Q* (= Δ*Q*) für Wärmeenergie steht, dann handelt es sich vermutlich um die Berechnung der Wärmeenergie, die einem Stoff zugeführt oder entzogen werden muss, wenn man eine Temperaturdifferenz $\Delta T = T_e - T_a$ bzw. $\Delta\delta = \delta_e - \delta_a$ mit $\Delta T = \Delta\delta$ erreichen möchte. *c* ist dabei die spezifische Wärmekapazität, wobei man unterscheiden muss zwischen Temperaturänderung bei konstantem Druck (c_p) oder konstantem Volumen (c_V). Die Größe G ist die Masse *m*. Der Klammerausdruck ist falsch und wird korrigiert.

Umstellen nach δ_e	Umstellen nach δ_a
$\Delta Q = c \cdot m\ (\delta_e - \delta_a)$	$\Delta Q = c \cdot m\ (\delta_e - \delta_a)$
$c \cdot m\,(\delta_e - \delta_a) = \Delta Q$	$c \cdot m\,(\delta_e - \delta_a) = \Delta Q$
$\delta_e - \delta_a = \frac{\Delta Q}{c \cdot m}$	$\delta_e - \delta_a = \frac{\Delta Q}{c \cdot m}$
$\delta_e = \frac{\Delta Q}{c \cdot m} + \delta_a$	$-\delta_a = \frac{\Delta Q}{c \cdot m} - \delta_e$
	$\delta_a = \delta_e - \frac{\Delta Q}{c \cdot m}$

10.6.3 $6\,V = h\,(a_1 + 4\,a_2)$	gesucht	a_1	a_2

Betrachtet man diese Gleichung, so wird ein Widerspruch deutlich. Wenn auf der Linken Seite V für Volumen mit der Einheit z. B. m3 stehen soll, so ergibt sich auf der rechten Seite mit *h* als Länge und a_1 bzw. a_2 ebenfalls als Längen (kleine Buchstaben für Seitenlängen – Geometrie) die Einheit einer Fläche. Und m³ kann nicht gleich m² sein.

Frage: Müssen a_1 und a_2 vielleicht A_1 und A_2 sein oder statt a_1 und a_2 a_1^2 und a_2^2 stehen? Aber wofür stehen dann diese Formeln? Wir behandeln diese Gleichungen rein mathematisch.

Umstellen nach a_1	Umstellen nach a_2
$6\ V = h\ (a_1 + 4\,a_2)$	$6\ V = h\ (a_1 + 4\,a_2)$
$h\ (a_1 + 4\,a_2) = 6\,V$	$h\ (a_1 + 4\,a_2) = 6\,V$
$a_1 + 4\,a_2 = \frac{6\,V}{h}$	$a_1 + 4\,a_2 = \frac{6\,V}{h}$
$a_1 = \frac{6\,V}{h} - 4\,a_2$	$4\,a_2 = \frac{6\,V}{h} - a_1$
	$a_2 = \frac{6\,V}{4 \cdot h} - \frac{a_1}{4}$
	$= \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{6\,V}{h} - a_1\right)$

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☎ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

10.6.4 $I^2 R_e = I\left(U_0 - I\,R_a - U\right)$ — gesucht U_0 R_a

Umstellen nach U_0	Umstellen nach R_a
$I^2 R_e = I\left(U_0 - I\,R_a - U\right)$	$I^2 R_e = I\left(U_0 - I\,R_a - U\right)$
$I\left(U_0 - I\,R_a - U\right) = I^2 R_e$	$I\left(U_0 - I\,R_a - U\right) = I^2 R_e$
$U_0 - I\,R_a - U = \dfrac{I^2\,R_e}{I}$	$U_0 - I\,R_a - U = \dfrac{I^2 R_{eI}}{I}$
$U_0 - I\,R_a - U = I\,R_e$	$U_0 - I\,R_a - U = I\,R_e$
$U_0 = I\,R_e + I\,R_a + U$	$-I\,R_a = I\,R_e + U - U_0$
$U_0 = I \cdot \left(R_e + R_a\right) + U$	$I\,R_a = -I\,R_e - U + U_0$
	$R_a = \dfrac{U - U_0 - I\,R_e}{I}$
	$= \dfrac{U - U_0}{I} - R_e$

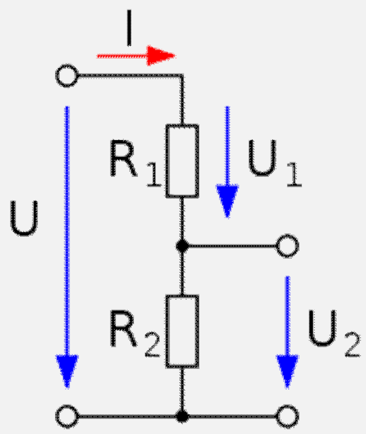
10.6.5 $R_w = R_k\left[1 + \alpha\left(t_w - t_k\right)\right]$ — gesucht t_w t_k

Umstellen nach t_w	Umstellen nach t_k
$R_w = R_k\left[1 + \alpha\left(t_w - t_k\right)\right]$	$R_w = R_k\left[1 + \alpha\left(t_w - t_k\right)\right]$
$R_k\left[1 + \alpha\left(t_w - t_k\right)\right] = R_w$	$R_k\left[1 + \alpha\left(t_w - t_k\right)\right] = R_w$
$1 + \alpha\left(t_w - t_k\right) = \dfrac{R_w}{R_k}$	$1 + \alpha\left(t_w - t_k\right) = \dfrac{R_w}{R_k}$
$\alpha\left(t_w - t_k\right) = \dfrac{R_w}{R_k} - 1$	$\alpha\left(t_w - t_k\right) = \dfrac{R_w}{R_k} - 1$
$= \dfrac{R_w - R_k}{R_k}$	$= \dfrac{R_w - R_k}{R_k}$
$t_w - t_k = \dfrac{R_w - R_k}{\alpha \cdot R_k}$	$t_w - t_k = \dfrac{R_w - R_k}{\alpha \cdot R_k}$
$t_w = \dfrac{R_w - R_k}{\alpha \cdot R_k} + t_k$	$-t_k = \dfrac{R_w - R_k}{\alpha \cdot R_k} - t_w$
	$t_k = t_w - \dfrac{R_w - R_k}{\alpha \cdot R_k}$

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☎ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

10.6.6 $R_1 = R_2\left(\frac{U}{U_2} - 1\right)$ gesucht U_2 U

Diese Formel steht für eine Reihenschaltung zweier Widerstände:



$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

$$\frac{R_1}{U_1} = \frac{R_2}{U_2}$$

$$R_1 = R_2 \cdot \frac{U_1}{U_2} = R_2 \cdot \frac{U - U_2}{U_2}$$

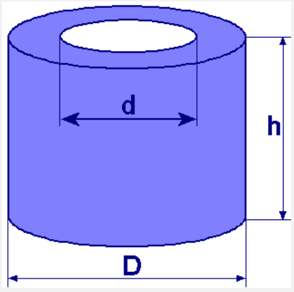
$$= R_2 \cdot \left(\frac{U}{U_2} - 1\right)$$

Umstellen nach U_2	Umstellen nach U
$R_1 = R_2\left(\frac{U}{U_2} - 1\right)$	$R_1 = R_2\left(\frac{U}{U_2} - 1\right)$
$R_2\left(\frac{U}{U_2} - 1\right) = R_1$	$R_2\left(\frac{U}{U_2} - 1\right) = R_1$
$\frac{U}{U_2} - 1 = \frac{R_1}{R_2}$	$\frac{U}{U_2} - 1 = \frac{R_1}{R_2}$
$\frac{U}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} + 1$	$\frac{U}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} + 1$
$= \frac{R_1 + R_2}{R_2}$	$U = U_2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right)$
$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$	$U = U_2 \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2}\right)$
$U_2 = U \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)$	

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

10.6.7 $$V = \frac{l\left(D^2 - d^2\right)\cdot\frac{\pi}{4}}{2}$$ gesucht *D* *d*

Diese Formel entspricht der Formel eines Hohlzylinders. Allerdings verläuft dieser Hohlzylinder (liegender Zylinder) waagerecht, so dass die Höhe *h* durch die Länge *l* ersetzt wurde. In der Technik wird das Formelzeichen für die Länge *l* auch durch L ersetzt.



Umstellen nach *D*	Umstellen nach *d*
$V = \frac{l\left(D^2 - d^2\right)\cdot\frac{\pi}{4}}{2}$	$V = \frac{l\left(D^2 - d^2\right)\cdot\frac{\pi}{4}}{2}$
$\frac{l\left(D^2 - d^2\right)\cdot\frac{\pi}{4}}{2} = V$	$\frac{l\left(D^2 - d^2\right)\cdot\frac{\pi}{4}}{2} = V$
$\left(D^2 - d^2\right)\cdot\frac{\pi}{4} = \frac{2\cdot V}{l}$	$\left(D^2 - d^2\right)\cdot\frac{\pi}{4} = \frac{2\cdot V}{l}$
$D^2 - d^2 = \frac{2\cdot V}{l}\cdot\frac{4}{\pi}$	$D^2 - d^2 = \frac{2\cdot V}{l}\cdot\frac{4}{\pi}$
$= \frac{8\cdot V}{l\cdot\pi}$	$= \frac{8\cdot V}{l\cdot\pi}$
$D^2 = \frac{8\cdot V}{l\cdot\pi} + d^2$	$-d^2 = \frac{8\cdot V}{l\cdot\pi} - D^2$
$D = \sqrt{\frac{8\cdot V}{l\cdot\pi} + d^2}$	$d^2 = D^2 - \frac{8\cdot V}{l\cdot\pi}$
	$d = \sqrt{D^2 - \frac{8\cdot V}{l\cdot\pi}}$

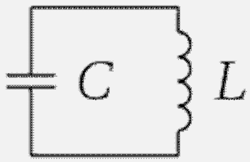
Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

10.6.8 $V = \frac{1}{3}\pi h\left(s^2 - h^2\right)$	gesucht h s
Umstellen nach *h*	Umstellen nach *s*
Besprechung im Unterricht Siehe Anlage	$V = \frac{1}{3}\pi h\left(s^2 - h^2\right)$ $\pi h\left(s^2 - h^2\right) = 3V$ $s^2 - h^2 = \frac{3V}{\pi h}$ $s^2 = \frac{3V}{\pi h} + h^2$ $s = \sqrt{\frac{3V}{\pi h} + h^2}$

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

10.6.9 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$ gesucht *C* *L*

Ein elektrischer **Schwingkreis** ist eine resonanzfähige elektrische Schaltung aus einer Spule (L) und einem Kondensator (C), die elektrische Schwingungen ausführen kann. Bei diesem *LC-Schwingkreis* wird Energie zwischen dem magnetischen Feld der Spule und dem elektrischen Feld des Kondensators periodisch ausgetauscht, wodurch abwechselnd hohe Stromstärke oder hohe Spannung vorliegen. Die Frequenz f_0, mit der sich dieses im ungestörten Fall periodisch wiederholt, ist:



$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$$

wobei *L* die Induktivität der Spule und *C* die Kapazität des Kondensators sind. Die Gleichung nennt man Thomsonsche Schwingungsgleichung.

http://www.walter-fendt.de/ph14d/schwingkreis.htm

Umstellen nach *C*	Umstellen nach *L*
$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$	$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$
$\frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} = f$	$\frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} = f$
$\frac{2\pi\sqrt{L \cdot C}}{1} = \frac{1}{f}$	$\frac{2\pi\sqrt{L \cdot C}}{1} = \frac{1}{f}$
$\sqrt{L \cdot C} = \frac{1}{2\,\pi\,f}$	$\sqrt{L \cdot C} = \frac{1}{2\,\pi\,f}$
$L \cdot C = \frac{1}{4\,\pi^2\,f^2}$	$L \cdot C = \frac{1}{4\,\pi^2\,f^2}$
$C = \frac{1}{4\,\pi^2\,f^2\,L}$	$L = \frac{1}{4\,\pi^2\,f^2\,C}$

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

10.6.10 $R_x = \dfrac{U}{1 - \dfrac{U}{R_i}}$ gesucht *U* *I*

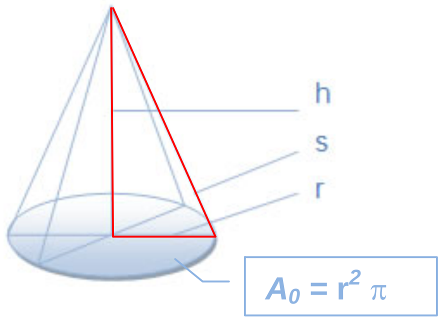
Umstellen nach *U*	Umstellen nach *I*
$R_x = \dfrac{U}{I - \dfrac{U}{R_i}}$	$R_x = \dfrac{U}{I - \dfrac{U}{R_i}}$
$R_x \cdot \left(I - \dfrac{U}{R_i} \right) = U$	$R_x \cdot \left(I - \dfrac{U}{R_i} \right) = U$
$R_x \cdot I - \dfrac{U}{R_i} \cdot R_x = U$	$I - \dfrac{U}{R_i} = \dfrac{U}{R_x}$
$R_x \cdot I = U + \dfrac{U}{R_i} \cdot R_x$	$I = \dfrac{U}{R_x} + \dfrac{U}{R_i}$
$= U \cdot \left(1 + \dfrac{R_x}{R_i} \right)$	$= U \cdot \left(\dfrac{1}{R_x} + \dfrac{1}{R_i} \right)$
$U \cdot \left(1 + \dfrac{R_x}{R_i} \right) = R_x \cdot I$	
$U = \dfrac{R_x \cdot I}{1 + \dfrac{R_x}{R_i}}$	

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

Anlage:

Volumen Kegel

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot A_0 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$



Mit $s^2 = r^2 + h^2$ (Pythagoras) und damit $r^2 = s^2 - h^2$

folgt $V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (s^2 - h^2)$

10.6.8 $V = \frac{1}{3} \pi h \, (s^2 - h^2)$ gesucht h

$$\pi h \, (s^2 - h^2) = 3V$$

$$h \, (s^2 - h^2) = \frac{3V}{\pi}$$

$$h s^2 - h^3 = \frac{3V}{\pi}$$

$$h^3 - s^2 h = -\frac{3V}{\pi}$$

$$h^3 - s^2 h + \frac{3V}{\pi} = 0$$

Diese Funktion entspricht der reduzierten Form der allgemeinen Gleichung dritten Grades. Die *allgemeine* Gleichung dritten Grades lautet

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$$

mit reellen Zahlen A, B, C, D und $A \neq 0$ kann durch Division durch A zunächst in die *Normalform*

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

gebracht werden. Mit Hilfe der Substitution $x = z - \frac{a}{3}$ wird in der Normalform das quadratische Glied beseitigt und man erhält die *reduzierte Form*:

$z^3 + pz + q = 0$, $z = h$, $p = -s^2$, $q = \frac{3 \cdot V}{\pi}$

Wir erhalten also die reduzierte Form einer kubischen Gleichung, die mit einfachen schulischen Mitteln nicht zu lösen ist.

Zur Darstellung von Lösungswegen wählen wir folgende Werte für einen Kegel:

Volumen V =	550,000	dm³
Seitenlänge s =	20,000	dm

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☎ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

Es werden zunächst 2 Lösungswege dargestellt, die auch mit unseren schulischen Mitteln genutzt werden können:

1. Lösung mit einem Grafikprogramm, hier: GeoGebra
2. Einfaches Näherungsverfahren mit Excel

Danach wird die Anwendung des Newtonschen Näherungsverfahrens mit Excel dargestellt:

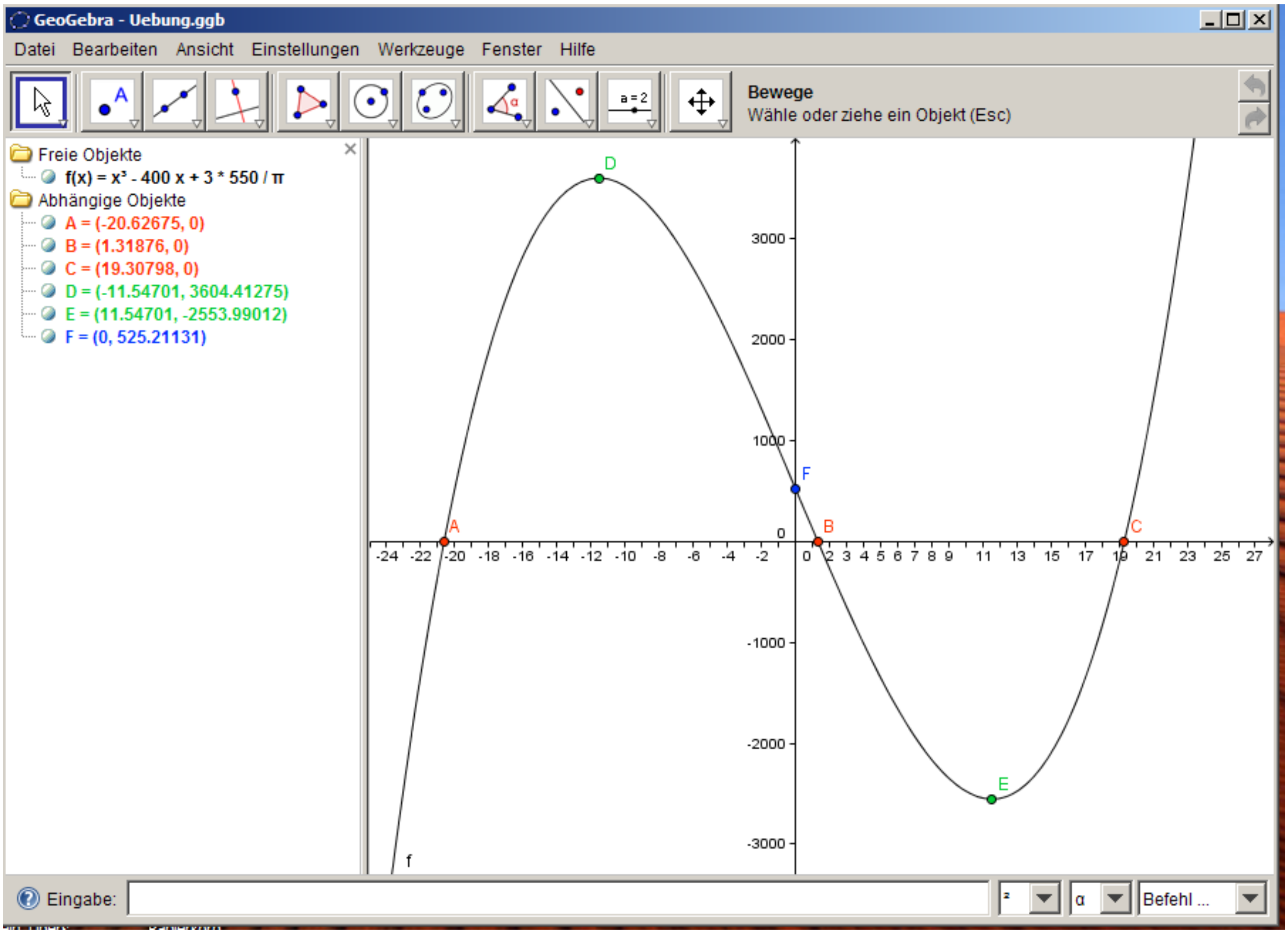
3. Newtonsches Näherungsverfahren (mit Excel)

und es wird noch auf die Cardanischen Formeln hingewiesen.

4. Cardanische Formeln

1. Grafikprogramm GeoGebra

http://www.chip.de/downloads/GeoGebra_20747798.html



Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☎ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

Nach Eingabe der Funktion mit *x* für *h* in die Eingabezeile wird die Kurve dargestellt. Die für eine Kurvendiskussion markanten Punkte (Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte) werden mit Hilfe des Programms ermittelt.

Wir erhalten drei Lösungen für *h*:

h_1 = 19,30798 dm r_1 = 5,215544873 dm V_1 = 550,0027118 dm³

h_2 = 1,31876 dm r_2 = 19,95647444 dm V_2 = 549,9991575 dm³

h_3 = -20,62675 dm nicht zulässig, da $h_3 > s$

2. Einfaches Näherungsverfahren mit Excel

Dargestellt wird nur die Näherung mit dem Wert $h \approx 19{,}308$ dm. Zwischen den Werten für f (h) mit Vorzeichenwechsel muss die genaue Lösung liegen. Hier wurde das Interpolationsverfahren für die genauere Ermittlung von *h* angewendet.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Volumen V =	550,000	dm³				
2	Seitenlänge s =	20,000	dm				
3							
4	Höhe h	$f(h) = h^3 - s^2 h + \frac{3V}{\pi}$		Volumen V	Radius r		
5	dm			dm³	dm		
6	19,30700	-0,70656		550,739908	27,23975		
7	19,30720	-0,56290		550,589469	27,23203		
8	19,30740	-0,41924		550,439026	27,22431		
9	19,30760	-0,27557		550,288577	27,21658		
10	19,30780	-0,13190		550,138124	27,20886		
11	19,30800	0,01178		549,987666	27,20114		
12	19,30820	0,15546		549,837203	27,19341		
13	19,30840	0,29915		549,686735	27,18569		
14	19,30860	0,44284		549,536262	27,17797		
15	19,30880	0,58653		549,385784	27,17024		
16							
17	19,307800			550,138124			
18	19,30798360		Vvorgegeben =	550,000000	550,000000	= VberInterpolWert	
19	19,308000			549,987666			

Mit dem durch Interpolation gewonnenen Wert für *h* = 19,30798360 dm ergibt sich für *V* mit dem Taschenrechner der Wert *V* = 550,0000035 dm³.

Sollte der Fehler dieses Wertes noch zu groß sein, kann man die Spalte für *h* in der Excel-Tabelle entspr. anpassen, z. B

3. Newtonsches Näherungsverfahren

Das Newton-Verfahren, auch Newton-Raphson-Verfahren, (benannt nach Sir Isaac Newton 1669 und Joseph Raphson 1690) ist in der Mathematik ein Standardverfahren zur numerischen Lösung von nichtlinearen Gleichungen und Gleichungssystemen.

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☎ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

Die grundlegende Idee dieses Verfahrens ist, die Funktion in einem Ausgangspunkt zu linearisieren, d. h. ihre Tangente zu bestimmen, und die Nullstelle der Tangente als verbesserte Näherung der Nullstelle der Funktion zu verwenden. Die erhaltene Näherung dient als Ausgangspunkt für einen weiteren Verbesserungsschritt. Diese Iteration erfolgt bis die Änderung in der Näherungslösung eine festgesetzte Schranke unterschritten hat. Das Iterations-Verfahren konvergiert im günstigsten Fall asymptotisch mit quadratischer Konvergenzordnung, die Zahl der korrekten Dezimalstellen verdoppelt sich dann in jedem Schritt.

Weitere Informationen siehe:

http://de.wikipedia.org/wiki/Newton-Verfahren
http://oberprima.com/mathenachhilfe/newtonsches-naeherungsverfahren/

Abbildung: Lösung mit Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	Volumen V =	550,000	dm³				
2	Seitenlänge s =	20,000	dm				
3							
4							
5	Funktion f (x) =	$x^3 - s^2 \cdot x + \frac{3 \cdot V}{\pi} = x^3 - 400 \cdot x + 525{,}2113122$					
6							
7	Funktion f' (x) =	2 x² - s² = 2 x² - 400					
8							
9	Test						
10	x =	19,3075	19,30798	19,3081			
11	f (x) =	-0,347405503	-0,0025896	0,08361855			
12					Volumen V		
13			f(xn)	f'(xn)	dm³		
14	xn =	19,307980	-0,002590	345,596183	550,003		
15	xn+1 = xn - f (xn) / f' (xn) =	19,307987	0,002793	345,596762	549,997		
16		19,307979	-0,003013	345,596138	550,003		
17		19,307988	0,003250	345,596811	549,997		
18		19,307979	-0,003506	345,596085	550,004		
19		19,307989	0,003782	345,596868	549,996		
20		19,307978	-0,004080	345,596023	550,004		
21		19,307990	0,004401	345,596935	549,995		
22		19,307977	-0,004748	345,595951	550,005		
23		19,307991	0,005121	345,597012	549,995		
24							
25		19,307989			549,996039		
26	Interpolierter Wert für x =	19,30798360		Vvorg =	550,000000	550,000000	= VinterpWert
27		19,307978			550,004273		

Die Interpolation führt auf das gleiche Ergebnis wie das einfache Näherungsverfahren mit Excel (vgl. Pkt. 2).

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

4. Cardanische Formeln

Die cardanischen Formeln sind Formeln zur Lösung reduzierter kubischer Gleichungen (Gleichungen 3. Grades). Sie wurden, zusammen mit Lösungsformeln für quartische Gleichungen (Gleichungen 4. Grades), erstmals 1545 von dem Mathematiker Gerolamo Cardano in seinem Buch *Ars magna* veröffentlicht. Entdeckt wurde die Lösungsformel für kubische Gleichungen von Tartaglia; laut Cardano sogar noch früher durch Scipione del Ferro.

Die cardanischen Formeln waren eine wichtige Motivation für die Einführung der komplexen Zahlen, da man im Fall des *casus irreducibilis* (lat. für „nicht zurückführbarer Fall") durch das Ziehen einer Quadratwurzel aus einer negativen Zahl zu reellen Lösungen gelangen kann. Diesen Fall zu lösen schaffte erst Franciscus Vieta um 1600 mittels der Trigonometrie.

Die cardanischen Formeln besitzen heute für eine rein *numerische* Lösung kubischer Gleichungen kaum noch eine praktische Bedeutung, da sich die Lösungen bequemer durch das Newton-Verfahren mittels elektronischer Rechner bestimmen lassen. Sie sind dagegen für eine exakte Berechnung der Lösungen in Radikalen von erheblicher Bedeutung. Der Nachweis, dass es keine entsprechenden Formeln für Gleichungen fünften und höheren Grades geben kann, hat allerdings die Entwicklung der Algebra entscheidend beeinflusst.

http://de.wikipedia.org/wiki/Cardanische_Formeln